令和７年度学力検査問題

数　学

注　意　事　項

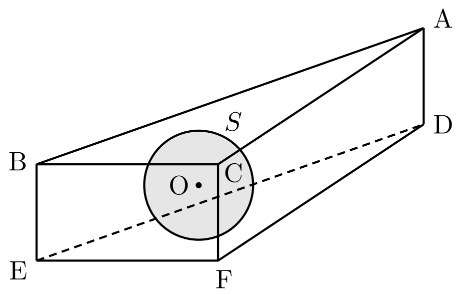
1. 本冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはいけません。
2. 落丁，乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら，手を挙げて監督者に知らせること。
3. 本冊子の指定欄（5 箇所）に，受験番号を正確に記入すること。
4. 解答は問題と同じページ内におさめること。問題と異なるページに書かれたものは一切採点されません。
5. 本冊子を持ち帰ってはいけません。

令 和 7 年 度 学 力 検 査 問 題

数　　　　学　（5枚のうち　その1）

受　験 番　号	番

1　右の図のように，三角柱 ABC-DEF，およびこの三角柱の全ての面に接する球 S がある。ここで，三角柱 ABC-DEF について，$\mathrm{BC}=6$，$\mathrm{CA}=10$，$\angle \mathrm{BCA}=120^\circ$ であり，3つの側面 BEFC，CFDA，ADEB はいずれも長方形である。また，球 S の中心を O とする。
（解答はこのページ内におさめること）



(1)　辺 AB の長さを求めよ。

(2)　球 S の半径，および辺 BE の長さを求めよ。

(3)　線分 OE の長さを求めよ。

受 験 番 号	番

2　1 つのさいころを投げる操作をくり返す。以下の問いに答えよ。（解答はこのページ内におさめること）

(1)　n 回目の操作で初めて 1 の目が出る確率を p_n とする。p_n を n を用いて表せ。

(2)　1 の目が 7 回出た時点でこの操作を終了する。このとき，n 回目の操作で終了する確率を q_n とする。ただし，n は 7 以上の自然数とする。

(i)　q_n を n を用いて表せ。

(ii)　q_n の値が最大となる n の値を求めよ。

受験番号	番

3 xy 平面において，方程式 $3x^2 + y^2 = 12$ で表される曲線を C とする。（解答はこのページ内におさめること）

(1) 点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ を通る傾き m の直線が曲線 C に接するための必要十分条件を，a，b，m の式で表せ。

(2) 点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ から曲線 C に 2 本の接線が引け，かつ，その 2 本の接線が直交するとき，点 P の軌跡を求めよ。

令 和 7 年 度 学 力 検 査 問 題

数　　　学　（5 枚のうち　その 4）

受　験 番　号	番

4 k を実数の定数とし，$f(\theta) = \dfrac{\sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta - k}{-\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta + 2\sqrt{3}}$ とする。（解答はこのページ内におさめること）

(1) $0 \leqq \theta \leqq \pi$ のとき，xy 平面上の点 $\mathrm{P}(-\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta,\ \sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta)$ の軌跡を求めよ。

(2) $0 \leqq \theta \leqq \pi$ における $f(\theta)$ の最大値が $4\sqrt{3}$ であるとき，

(i) k の値を求めよ。　(ii) $f(\theta)$ が最大値 $4\sqrt{3}$ をとるときの $\cos\theta$ の値を求めよ。

令 和 7 年 度 学 力 検 査 問 題

数　　　　学　（5 枚のうち　その 5）

受 験 番 号	番

5 無限級数 $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k-1}}{3k-2}=1-\frac{1}{4}+\frac{1}{7}-\frac{1}{10}+\cdots\cdots+\frac{(-1)^{k-1}}{3k-2}+\cdots\cdots$ の和を求める。以下の問いに答えよ。

（解答はこのページ内におさめること）

(1) n を自然数とするとき，等式 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}x^{3k-3}=\frac{1}{x^3+1}+(-1)^{n+1}\frac{x^{3n}}{x^3+1}$ を証明せよ。

(2) 等式 $\displaystyle\frac{1}{x^3+1}=\frac{A(2x-1)}{x^2-x+1}+\frac{B}{x^2-x+1}+\frac{C}{x+1}$ が x についての恒等式となるように，定数 A，B，C の値を定めよ。

(3) n を自然数とするとき，不等式 $\displaystyle 0\leqq\int_0^1\frac{x^{3n}}{x^3+1}\,dx\leqq\frac{1}{3n+1}$ を証明せよ。

(4) $\displaystyle x-\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\tan\theta$ とおいて置換積分することにより，定積分 $\displaystyle\int_0^1\frac{dx}{x^2-x+1}$ の値を求めよ。

(5) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k-1}}{3k-2}=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{(-1)^{k-1}}{3k-2}$ を求めよ。